

1. Trouver les réels x et y dans chacun des cas suivants

(a) $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$

(b) $(1 + i)x - (1 - i)y = 3i - 2.$

2. Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes:

(a) $iz^2 + \sqrt{3}z + 1 = 0$

(b) $z^4 - 30z^2 + 289 = 0$

(c) $z^4 - 3z^2 + 4 = 0$

3. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$:

(a) $(1 + i\sqrt{3})^n = 2^n [\cos(\frac{n\pi}{3}) + i \sin(\frac{n\pi}{3})]$

(b) $(1 - i)^n = (\sqrt{2})^n [\cos(n\frac{\pi}{4}) - i \sin(n\frac{\pi}{4})]$

4. En calculant $(\cos x + i \sin x)^5$ de 2 façons différentes, exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$, les fonctions trigonométriques $\cos(5x)$ et $\sin(5x)$.

5. Trouver les racines $n^{\text{ième}}$ des nombres complexes suivants:

(a) $u = 2i, \quad n = 2$

(b) $u = 5 + 2i, \quad n = 2$

(c) $u = 3 - 4i, \quad n = 2$

(d) $u = 1 - i\sqrt{3}, \quad n = 6$

(e) $u = 1 + i, \quad n = 8$

(f) $u = i \quad n = 4$

6. Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants:

a) $(1 + i)^2$ b) $\frac{(1 + i)^{13}}{(1 - i)^{11}}$

7. Trouver le lieu géométrique du point M du plan d'affixe z dans les cas suivants:

a) $|z| = 1$ b) $|z| < 2$ c) $|z - 1 - i| = 1$
d) $|z - i| \leq i$ e) $\arg(z) = \frac{\pi}{6}$

8. Donner la forme trigonométrique des nombres complexes suivants:

a) $z = i,$

b) $z = -i$

c) $z = 1 + i$

d) $z = 1 - i$

e) $z = -1 + i\sqrt{2}$

f) $z = -1 - i\sqrt{3}$

9. Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants:

a) $(1 + i)^{4n}$ b) $(3 - 2i)^5$ c) $\frac{(2 - i)^7 - (3 + 2i)^4}{(2 + i)^3 + (3 - 2i)^5}$

10. Montrer que si $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$, pour $z \in \mathbb{C}$ et $\theta \in \mathbb{R}$, alors $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta, \forall n \in \mathbb{N}^*$
